

Matematika 3 - Funkcije više varijabli
Pismeni ispit

1. (20 bod.) Odredite i skicirajte u ravnini prirodno područje definicije funkcije

$$f(x, y) = x^2 \operatorname{arctg}(\sqrt{xy}).$$

Za zadanu funkciju odredite totalni diferencijal 2. reda.

2. (20 bod.) Pozitivni broj a razdijelite na tri pozitivna sumanda tako da njihov produkt bude najveći.
3. (20 bod.) Skicirajte i izračunajte površinu lika omeđenog s $y = \sin x$, $y = \cos x$, $x = 0$.
4. (20 bod.) Prijelazom na cilindrične koordinate izračunajte masu tijela omeđenog valjcima $x^2 + y^2 = 2x$, $x^2 + y^2 = 4x$, te plohama $y = x$, $y = 0$, $z = 0$, $z = 1$. Gustoća je zadana funkcijom

$$\rho(x, y, z) = \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}.$$

5. (20 bod.) Izračunajte duljinu krivulje parametrizirane s

$$\begin{aligned}x &= t \sin t + \cos t \\y &= t \cos t - \sin t \\z &= t\end{aligned}$$

za $t \in [0, 2\pi]$.