

## Vježbe 6

### Integriranje iracionalnih funkcija

Ako je podintegralna funkcija oblika

$$\mathcal{R}\left(x, x^{\frac{m_1}{n_1}}, \dots, x^{\frac{m_s}{n_s}}\right)$$

onda uvođenjem supstitucije

$$x = t^k, \quad k = \text{NZV}(n_1, \dots, n_s)$$

integral svodimo na integral racionalne funkcije.

Ako je podintegralna funkcija oblika

$$\mathcal{R}\left(x, \left(\frac{ax+b}{cx+d}\right)^{\frac{m_1}{n_1}}, \dots, \left(\frac{ax+b}{cx+d}\right)^{\frac{m_s}{n_s}}\right)$$

onda uvođenjem supstitucije

$$\frac{ax+b}{cx+d} = t^k, \quad k = \text{NZV}(n_1, \dots, n_s)$$

integral svodimo na integral racionalne funkcije.

1. Riješite sljedeće integrale:

a)  $\int \frac{dx}{1 + \sqrt{x}}$

b)  $\int \frac{dx}{x(1 + 2\sqrt{x} + \sqrt[3]{x})}$

c)  $\int \frac{dx}{\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}}$

d)  $\int \left(\frac{2-x}{2+x}\right)^2 \sqrt[3]{\frac{2-x}{2+x}} dx$

e)  $\int \frac{dx}{\sqrt{x+1} + \sqrt{(x+1)^3}}$

$$\int \frac{Mx + N}{\sqrt{ax^2 + bx + c}} dx = \frac{M}{2a} \int \frac{2ax + b}{\sqrt{ax^2 + bx + c}} dx + \left(N - \frac{bM}{2a}\right) \int \frac{dx}{\sqrt{ax^2 + bx + c}}$$

$$\int \frac{dx}{(Mx + N)\sqrt{ax^2 + bx + c}}$$

supstitucijom

$$t = \frac{1}{Mx + N}$$

svodimo na prethodni.

2. Riješite sljedeće integrale:

a)  $\int \frac{dx}{\sqrt{2 + 3x - 2x^2}}$

b)  $\int \frac{5x + 4}{\sqrt{x^2 + 2x + 5}} dx$

c)  $\int \frac{dx}{(x - 1)\sqrt{x^2 + 2x}}$

d)  $\int \frac{2x - 8}{\sqrt{1 - x - x^2}} dx$