

Matematika 2 - PRVI KOLOKVIJ
Grupa A

1. **[20 bod.]** Neka je funkcija $f : [2, 4] \rightarrow \mathbb{R}$ zadana formulom $f(x) = 12 - 3x$. Nadalje, neka je $P_n = \{x_0, x_1, \dots, x_n\}$, $n \in \mathbb{N}$, niz ekvidistantnih subdivizija segmenta $[2, 4]$, zadanih na sljedeći način: $x_i = 2 + \frac{2i}{n}$, $i = 0, 1, \dots, n$. Odredite $S(f, P_n)$, $s(f, P_n)$ i izračunajte $\lim_{n \rightarrow \infty} S(f, P_n)$, $\lim_{n \rightarrow \infty} s(f, P_n)$ gdje je $S(f, P_n)$ gornja Darbouxova suma funkcije f definirana subdivizijom P_n , a $s(f, P_n)$ donja Darbouxova suma funkcije f definirana subdivizijom P_n .

Uputa: Iskoristite formulu za zbroj prvih k prirodnih brojeva: $1 + 2 + \dots + k = \frac{k(k+1)}{2}$, te formule

$$\text{Donja Darbouxova suma: } s(f, P) = \sum_{i=1}^n m_i(x_i - x_{i-1}), \quad m_i = \inf\{f(x) : x \in [x_{i-1}, x_i]\},$$

$$\text{Gornja Darbouxova suma } S(f, P) = \sum_{i=1}^n M_i(x_i - x_{i-1}), \quad M_i = \sup\{f(x) : x \in [x_{i-1}, x_i]\}.$$

2. Izračunajte integrale:

a) **[5 bod.]** $\int (2x^2 + 8x + 8) dx$ b) **[10 bod.]** $\int x\sqrt{x-3} dx$

c) **[10 bod.]** $\int \frac{x(\ln^2 x + 1)}{x^2 \ln x + 3} dx$ d) **[10 bod.]** $\int \frac{\sin x}{\cos^3 x} dx$

3. **[15 bod.]** Metodom parcijalne integracije (ili drugačije) izračunajte integral: $\int \sqrt{x} \ln^2 x dx$

4. Izračunajte integrale:

a) **[15 bod.]** $\int \frac{x+1}{x^2+6x+10} dx$ b) **[15 bod.]** $\int \frac{7x^2+25x+21}{x^3+5x^2+8x+4} dx$

Matematika 2 - PRVI KOLOKVIJ
Grupa B

1. **[20 bod.]** Neka je funkcija $f : [2, 4] \rightarrow \mathbb{R}$ zadana formulom $f(x) = 8 - 2x$. Nadalje, neka je $P_n = \{x_0, x_1, \dots, x_n\}$, $n \in \mathbb{N}$, niz ekvidistantnih subdivizija segmenta $[2, 4]$, zadanih na sljedeći način: $x_i = 2 + \frac{2i}{n}$, $i = 0, 1, \dots, n$. Odredite $S(f, P_n)$, $s(f, P_n)$ i izračunajte $\lim_{n \rightarrow \infty} S(f, P_n)$, $\lim_{n \rightarrow \infty} s(f, P_n)$ gdje je $S(f, P_n)$ gornja Darbouxova suma funkcije f definirana subdivizijom P_n , a $s(f, P_n)$ donja Darbouxova suma funkcije f definirana subdivizijom P_n .

Uputa: Iskoristite formulu za zbroj prvih k prirodnih brojeva: $1 + 2 + \dots + k = \frac{k(k+1)}{2}$, te formule

$$\text{Donja Darbouxova suma: } s(f, P) = \sum_{i=1}^n m_i(x_i - x_{i-1}), \quad m_i = \inf\{f(x) : x \in [x_{i-1}, x_i]\},$$

$$\text{Gornja Darbouxova suma } S(f, P) = \sum_{i=1}^n M_i(x_i - x_{i-1}), \quad M_i = \sup\{f(x) : x \in [x_{i-1}, x_i]\}.$$

2. Izračunajte integrale:

a) **[5 bod.]** $\int (2x^2 - 12x + 18) dx$ b) **[10 bod.]** $\int x\sqrt{x+2} dx$

c) **[10 bod.]** $\int \frac{x^2(\ln^3 x + 1)}{x^3 \ln x + 5} dx$ d) **[10 bod.]** $\int \frac{\cos x}{\sin^5 x} dx$

3. **[15 bod.]** Metodom parcijalne integracije (ili drugačije) izračunajte integral: $\int x^2 \ln^2 x dx$

4. Izračunajte integrale:

a) **[15 bod.]** $\int \frac{x+1}{x^2+4x+5} dx$ b) **[15 bod.]** $\int \frac{5x^2+14x+10}{x^3+4x^2+5x+2} dx$