

Matematika 2 - DRUGI KOLOKVIJ
Grupa A

1. [10 bod.] Izračunajte integral $\int \frac{\sqrt{x+4}+1}{x+4-\sqrt{x+4}} dx$.
2. Izračunajte integrale:
a) [20 bod.] $\int \frac{2x+3}{\sqrt{x^2+4x+13}} dx$, b) [15 bod.] $\int \frac{1}{(x-1)\sqrt{x^2-3x+2}} dx$.
3. [10 bod.] Izračunajte integral $\int x^5 \sqrt{1+x^3} dx$.
4. Izračunajte integrale:
a) [20 bod.] $\int \frac{1-\sin x + \cos x}{1+\sin x - \cos x} dx$, b) [10 bod.] $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos^5 x \sin^3 x dx$.
5. [15 bod.] Izračunajte integral $\int_{-1}^1 \frac{x^3+2}{\sqrt[5]{x^3}} dx$.

Binomni integral $\int x^m (a+bx^n)^p dx$, $m, n, p \in \mathbb{Q}$, $a, b \in \mathbb{R}$ može se riješiti samo u sljedeća tri slučaja:

1. $p \in \mathbb{Z}$ – supstitucija $x = t^k$, gdje je k zajednički nazivnik od m i n
2. $\frac{m+1}{n} \in \mathbb{Z}$ – supstitucija $a+bx^n = t^k$, gdje je k nazivnik od p
3. $\frac{m+1}{n} + p \in \mathbb{Z}$ – supstitucija $ax^{-n} + b = t^k$, gdje je k nazivnik od p

Integrali oblika

$$\int \mathcal{R}(\sin x, \cos x) dx$$

gdje je \mathcal{R} racionalna funkcija od $\sin x$ i $\cos x$ supstitucijom

$$\operatorname{tg} \frac{x}{2} = t$$

svodi se na integral racionalne funkcije

$$\sin x = \frac{2t}{t^2+1}, \quad \cos x = \frac{1-t^2}{t^2+1}, \quad dx = \frac{2}{t^2+1} dt.$$

Matematika 2 - DRUGI KOLOKVIJ
Grupa B

1. [10 bod.] Izračunajte integral $\int \frac{\sqrt{x+3}+2}{x+3-\sqrt{x+3}} dx$.

2. Izračunajte integrale:

a) [20 bod.] $\int \frac{2x+1}{\sqrt{x^2+2x+10}} dx$, b) [15 bod.] $\int \frac{1}{(x+1)\sqrt{x^2-2x-3}} dx$.

3. [10 bod.] Izračunajte integral $\int x^3 \sqrt{1+x^2} dx$.

4. Izračunajte integrale:

a) [20 bod.] $\int \frac{\sin x + 2 \cos x}{1 + \cos x} dx$, b) [10 bod.] $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos^3 x \sin^3 x dx$.

5. [15 bod.] Izračunajte integral $\int_{-1}^1 \frac{x^3+2}{\sqrt[3]{x^3}} dx$.

Binomni integral $\int x^m (a + bx^n)^p dx$, $m, n, p \in \mathbb{Q}$, $a, b \in \mathbb{R}$ može se riješiti samo u sljedeća tri slučaja:

1. $p \in \mathbb{Z}$ – supstitucija $x = t^k$, gdje je k zajednički nazivnik od m i n
2. $\frac{m+1}{n} \in \mathbb{Z}$ – supstitucija $a + bx^n = t^k$, gdje je k nazivnik od p
3. $\frac{m+1}{n} + p \in \mathbb{Z}$ – supstitucija $ax^{-n} + b = t^k$, gdje je k nazivnik od p

Integrali oblika

$$\int \mathcal{R}(\sin x, \cos x) dx$$

gdje je \mathcal{R} racionalna funkcija od $\sin x$ i $\cos x$ supstitucijom

$$\operatorname{tg} \frac{x}{2} = t$$

svodi se na integral racionalne funkcije

$$\sin x = \frac{2t}{t^2+1}, \quad \cos x = \frac{1-t^2}{t^2+1}, \quad dx = \frac{2}{t^2+1} dt.$$