



M103 Linearna algebra 1

Tema: Vježbe 9

25. 4. 2019.



Zadatak 1.

Neka je operator $\mathcal{F} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ definiran s

$$\mathcal{F}(x, y, z) = (yz, x^2).$$

Odredite:

(a) $\mathcal{F}(2, 3, 4)$,

(b) $\mathcal{F}(5, -2, 7)$,

(c) $\mathcal{F}^{-1}(0, 0)$, tj. sve vektore $v \in \mathbb{R}^3$ takve da je $\mathcal{F}(v) = 0$.





Zadatak 2.

Domaća zadaća

Neka je operator $\mathcal{G} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ definiran s

$$\mathcal{G}(x, y, z) = (x + 2y - 4z, 2x + 3y + z).$$

Odredite $\mathcal{G}^{-1}(3, 4)$.





Zadatak 3.

Neka je operator $\mathcal{F} : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ definiran s

$$\mathcal{F}(x, y) = (3y, 2x).$$

Neka je S jedinična kružnica u \mathbb{R}^2 . Odredite:

- (a) $\mathcal{F}(S)$, tj. sliku od S ,
- (b) $\mathcal{F}^{-1}(S)$, tj. prasluku od S .





Zadatak 4.

Domaća zadaća

Neka je operator $\mathcal{F} : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ definiran s

$$\mathcal{F}(x, y) = (3x + 5y, 2x + 3y)$$

i neka je S jedinična kružnica u \mathbb{R}^2 . Odredite:

- (a) $\mathcal{F}(S)$, tj. sliku od S ,
- (b) $\mathcal{F}^{-1}(S)$, tj. prasluku od S .





Zadatak 5.

Jesu li sljedeća preslikavanja linearni operatori:

(a) $\mathcal{F} : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$, $\mathcal{F}(x, y) = (x + 3, 2y, x + y)$,

(b) $\mathcal{G} : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$, $\mathcal{G}(x, y) = (2x, x - y, y + x)$,

(c) $\mathcal{H} : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$, $\mathcal{H}(z) = \operatorname{Re} z + \operatorname{Im} z$,

(d) $\mathcal{J} : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$, $\mathcal{J}(z) = |z|^2$,

(e) $\mathcal{K} : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$, $\mathcal{K}(z) = \bar{z}$?

Napomena: U c), d) i e) provjerite postoji li razlika u zaključku ako $(\mathbb{C}, +, \cdot)$ promatramo kao vektorski prostor nad poljem \mathbb{C} , odnosno nad poljem \mathbb{R} .





Jesu li sljedeća preslikavanja linearni operatori:

(a) $\mathcal{F} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}, \mathcal{F}(x, y, z) = 2x - 3y + 4z,$

(b) $\mathcal{G} : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3, \mathcal{G}(x, y) = (x + 1, 2y, x + y)?$





Zadatak 6.

Neka je $\mathcal{F} : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ linearan operator za koji je

$$\mathcal{F}(1, 2) = (2, 3) \quad \text{i} \quad \mathcal{F}(0, 1) = (1, 4).$$

Odredite formulu za \mathcal{F} , tj. odredite $\mathcal{F}(x, y)$ za proizvoljan $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.





Zadatak 7.

Domaća zadaća

Odredite formulu za \mathcal{T} ako je $\mathcal{T} : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ linearan operator definiran s $\mathcal{T}(1, 2) = (3, -1, 5)$ i $\mathcal{T}(1, 1) = (2, 1, -1)$.





Zadatak 8.

Domaća zadaća

Provjerite je li translacija $\mathcal{T} : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ za vektor $(a, b) \in \mathbb{R}^2$, $ab \neq 0$, definirana s $\mathcal{T}(x, y) = (x + a, y + b)$ linearan operator.





Zadatak 9.

Koja od sljedećih preslikavanja $\mathcal{A} : \mathbb{R}^{\mathbb{R}} \rightarrow \mathbb{R}^{\mathbb{R}}$ su linearni operatori:

(a) $\mathcal{A}f(t) = f(t + 1)$;

(b) $\mathcal{A}f(t) = f(t) + 1$;

(c) $\mathcal{A}f(t) = [f(t)]^2$;

(d) $\mathcal{A}f(t) = (f \circ f)(t)$;





Zadatak 10.

Za sljedeća preslikavanja provjerite jesu li linearni operatori:

(a) $\mathcal{A} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$,

$$\mathcal{A}(x_1, x_2, x_3) = (x_1, x_2, 0);$$

(b) $\mathcal{T} : M_{mn}(\mathbb{F}) \rightarrow M_{nm}(\mathbb{F})$,

$$\mathcal{T}(A) = A^T;$$

(c) $\text{tr} : M_n(\mathbb{F}) \rightarrow \mathbb{F}$

$$\text{tr}(A) = \sum_{i=1}^n a_{ii};$$





(d) $\det : M_n(\mathbb{F}) \rightarrow \mathbb{F}$,

$$\det A = \sum_{p \in S_n} (-1)^{I(p)} a_{1p(1)} a_{2p(2)} \cdots a_{np(n)};$$

(e) $\mathcal{D} : \mathcal{P}_n \rightarrow \mathcal{P}_n$,

$$\mathcal{D}p = p',$$

pri čemu je p' derivacija polinoma p ;

(f) $\mathcal{S} : \mathbb{R}^{\mathbb{N}} \rightarrow \mathbb{R}^{\mathbb{N}}$,

$$\mathcal{S}(x_1, x_2, x_3, \dots) = (0, x_1, x_2, \dots).$$

