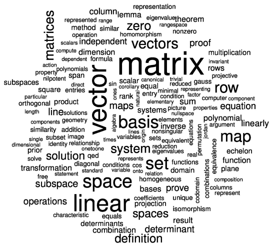

M103 Linearna algebra 1

Tema: Vježbe 3

14. 3. 2019.

predavač: Darija Marković

asistent: Darija Marković

Zadatak 1.

Neka je $V = \mathbb{R}$. Definiramo binarnu operaciju “zbrajanja”

$$x \boxplus y = \max\{x, y\}, \quad \forall x, y \in V$$

i operaciju množenja skalarima

$$\alpha \boxdot x = \alpha x, \quad \forall \alpha \in \mathbb{R}, \forall x \in V$$

Skup V s ovako definiranim operacijama nije vektorski prostor. Provjerite koja svojstva iz definicije vektorskog prostora ne vrijede.

Zadatak 2.

Neka je V skup svih pozitivnih realnih brojeva. Definiramo binarnu operaciju “zbrajanja”

$$x \boxplus y = xy, \quad \forall x, y \in V$$

i operaciju množenja skalarima

$$\alpha \boxdot x = x^{\alpha}, \quad \forall \alpha \in \mathbb{R},\ \forall x \in V$$

Pokažite da je skup V s ovako definiranim operacijama vektorski prostor.

Zadatak 3.

Za realne funkcije f i g definiran je njihov njihov zbroj sa

$$(f+g)(x) = f(x) + g(x)$$

i množenje funkcije skalarima sa

$$(\lambda f)(x) = \lambda f(x)$$

Jesu li sljedeći skupovi vektorski prostori:

(a) skup svih funkcija na intervalu $[a, b]$;
(b) skup svih funkcija definiranih na $\mathbb{R}$ takvih da je $f(0) = 1$;
(c) skup svih funkcija definiranih na $\mathbb{R}$ takvih da je $2f(0) - 3f(1) = 0$?

Zadatak 4.

Jesu li sljedeći skupovi vektorski prostori (uz uobičajene operacije s matricama):

(a) skup svih matrica reda 2 nad $\mathbb{R}$ (oznaka: $\mathcal{M}_2$);

(b) skup svih matrica oblika $\begin{bmatrix} 0 & \alpha \\ \beta & \gamma \end{bmatrix}, \alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$;

(c) skup svih matrica oblika $\begin{bmatrix} 1 & \alpha \\ \beta & \gamma \end{bmatrix}, \alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$;

(d) skup svih matrica oblika $\begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ -\beta & \alpha \end{bmatrix}, \alpha, \beta, \in \mathbb{R}$.

Zadatak 5.

Dokažite da je skup $\mathcal{P}_n$ svih polinoma stupnja manjeg ili jednakog n (uz standardne operacije zbrajanja funkcija i množenja funkcija skalarom) vektorski prostor.

Zadatak 6.

`Domaća zadaća`

Za nizove realnih brojeva definirano je zbrajanje nizova

$$(a_1, a_2, a_3, ...) + (b_1, b_2, b_3, ...) = (a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3, ..)$$

i množenje nizova skalarima iz polja $\mathbb{R}$

$$\alpha(a_1, a_2, a_3, ...) = (\alpha a_1, \alpha a_2, \alpha a_3, ...).$$

Pokažite da je skup aritmetičkih nizova uz ovako definirane operacije

$$X = \{(x_1, x_2, x_3, ...) \in \mathbb{R}^{\mathbb{N}} : x_{k+1} - x_k = x_2 - x_1, \forall k \in \mathbb{N}\}$$

vektorski prostor.