

## PISMENI DIO ISPITA IZ LINEARNE ALGEBRE 1

**Zadatak 1.** Neka je zadan vektorski prostor  $\mathbb{R}^4$  uređenih četvorki realnih brojeva, te vektori  $x = (1, 2, 3, 1)$  i  $y = (3, 1, 1, 2)$

- (a) [10 bod] Odredite realne parametre  $a$  i  $b$  tako da vektor  $z = (a+2b, b-1, -1, b)$  bude linearna kombinacija vektora  $x$  i  $y$ .
- (b) [10 bod] Nadopunite skup  $\{x, y\}$  do baze prostora  $\mathbb{R}^4$ .

**Zadatak 2.** U vektorskom prostoru  $\mathbb{R}^3$  dani su potprostori

$$R = \{(1, 0, 2), (0, 1, -1)\} =: \{r_1, r_2\}$$

i

$$Q = \{(3, -1, 0), (1, -1, 2), (1, 0, -1)\} =: \{q_1, q_2, q_3\}.$$

Odredite baze i dimenzije potprostora  $R + Q$  i  $R \cap Q$ .

**Zadatak 3.** Neka je

$$L = \left\{ \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \in \mathcal{M}_2 : a + b - c - d = 0, b + c = 0 \right\}.$$

Nađite  $L^\perp$ , po jednu ortonormiranu bazu za  $L$  i  $L^\perp$ , te  $C = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$  prikažite u obliku  $C = A + B$ ,  $A \in L$ ,  $B \in L^\perp$ .

**Zadatak 4.** Neka je  $A : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  operator projekcije na ravninu razapetu vektorima  $\vec{a}_1 = 2\vec{i} - \vec{j}$  i  $\vec{a}_2 = \vec{i} + 2\vec{k}$ . Odredite matični prikaz ovog operatora u paru kanonskih baza. Nađite po jednu bazu za sliku i jezgru operatora, te odredite rang i defekt.